Aufgabe 1: Die Flughöhe *h* eines Golfballes in Abhängigkeit der Zeit *t* wird mit der Funktionsgleichung $h(t) = -8t^2 + 16t$ modelliert. Die Zeit *t* sei dabei in Sekunden, die Flughöhe *h* sei in Metern angegeben.

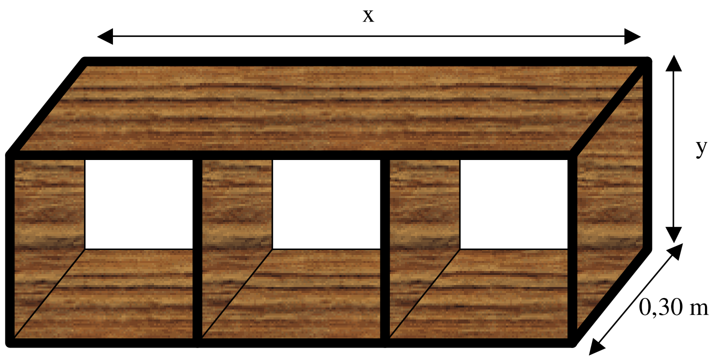
a) Zeichnen Sie den Funktionsgraph der Funktion *h* im Intervall [–0,5 ; 2,5]. Wählen Sie auf der x-Achse 4 cm pro Einheit. Legen Sie zuvor eine geeignete Wertetabelle an.

b) Berechnen Sie die Flugdauer des Golfballes.

c) Wir interessieren uns dafür, wie weit der Golfball fliegt. Begründen Sie, ob sich diese Information aus dem Graphen der Funktion entnehmen lässt.

d) Berechnen Sie die maximale Flughöhe des Golfballes.

Aufgabe 2: Anton möchte sich aus einem Brett ein Regal bauen. Das Brett hat die Abmessungen 4m × 0,30 m. Das Regal soll wie folgt aufgebaut sein.



Berechnen Sie die Abmessungen des Regals, damit das Volumen maximal wird.

Aufgabe 3: Von einer Parabel sind die Punkte A(1 | –10), B(2 | –8) und C(4 | 8) bekannt. Berechnen Sie mithilfe des Gauß-Verfahrens die Gleichung der Parabel.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion *f* mit der Gleichung $f(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$.

a) Begründen Sie, dass der Graph weder punktsymmetrisch zum Ursprung noch achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

b) Geben Sie an, wie sich der Graph der Funktion *f* für $x \to \pm\infty$ verhält.

c) Geben Sie eine Funktion an, durch welche das Verhalten des Graphen für *x* nahe 0 beschrieben werden kann.

d) Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion *f*, ohne die Taschenrechner-Funktion EQN zu verwenden. D. h. Sie sollen die Nullstellen lediglich mithilfe der Polynomdivision und der p-q-Formel berechnen.

e) Skizzieren Sie anhand der Informationen der Teilaufgaben a) bis d) den Graphen der Funktion *f*.
Hinweis: Skizzieren bedeutet, dass Sie **keine** Wertetabelle anlegen müssen.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1: Die Flughöhe h eines Golfballes in Abhängigkeit der Zeit t wird mit der Funktionsgleichung $h(t) = -9t^2 + 18t$ modelliert. Die Zeit t sei dabei in Sekunden, die Flughöhe h sei in Metern angegeben.

a) Zeichnen Sie den Funktionsgraph der Funktion h im Intervall [–0,5 ; 2,5]. Wählen Sie auf der x-Achse 4 cm pro Einheit. Legen Sie zuvor eine geeignete Wertetabelle an.

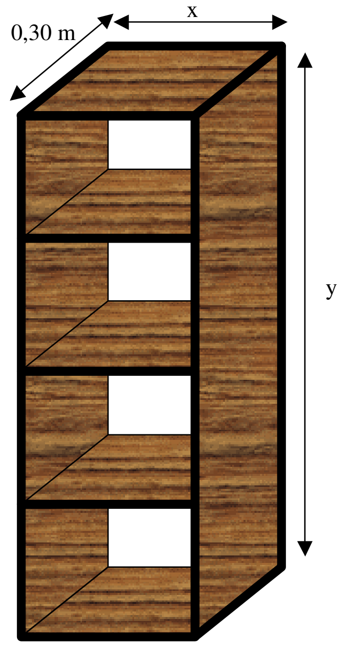
b) Berechnen Sie die Flugdauer des Golfballes.

c) Wir interessieren uns dafür, wie weit der Golfball fliegt. Begründen Sie, ob sich diese Information aus dem Graphen der Funktion entnehmen lässt.

d) Berechnen Sie die maximale Flughöhe des Golfballes.

Aufgabe 2: Anton möchte sich aus einem Brett ein Regal bauen. Das Brett hat die Abmessungen 5m × 0,30 m. Das Regal soll wie rechts abgebildet aufgebaut sein.

Berechnen Sie die Abmessungen des Regals, damit das Volumen maximal wird.



Aufgabe 3: Von einer Parabel sind die Punkte A(1 | –10), B(2 | –8) und C(4 | 8) bekannt. Berechnen Sie mithilfe des Gauß-Verfahrens die Gleichung der Parabel.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Funktion f mit der Gleichung $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$.

a) Begründen Sie, dass der Graph weder punktsymmetrisch zum Ursprung noch achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

b) Geben Sie an, wie sich der Graph der Funktion f für $x \to \pm\infty$ verhält.

c) Geben Sie eine Funktion an, durch welche das Verhalten des Graphen für x nahe 0 beschrieben werden kann.

d) Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion f, ohne die Taschenrechner-Funktion EQN zu verwenden. D. h. Sie sollen die Nullstellen lediglich mithilfe der Polynomdivision und der p-q-Formel berechnen.

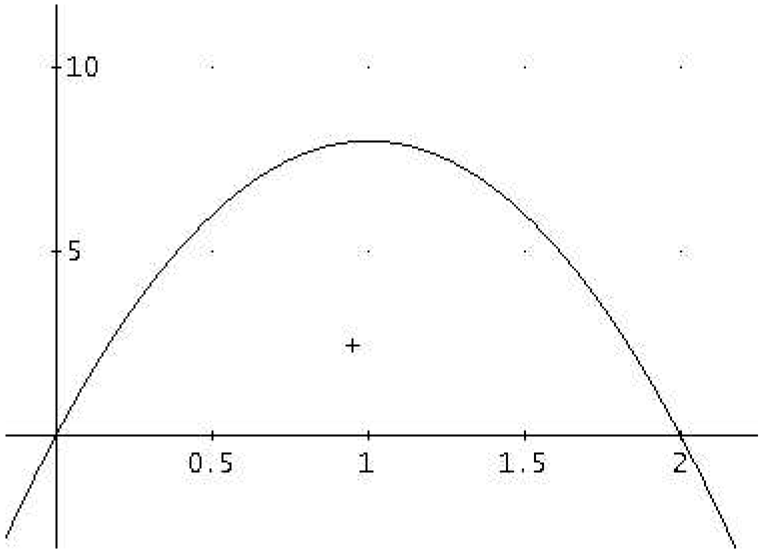
e) Skizzieren Sie anhand der Informationen der Teilaufgaben a) bis d) den Graphen der Funktion f.
Hinweis: Skizzieren bedeutet, dass Sie **keine** Wertetabelle anlegen müssen.

Viel Erfolg!

LÖSUNGEN GRUPPE A:

Aufgabe 1:

a) siehe rechts
Wertetabelle: klar.



b) Golfball landet, wenn $h(t) = 0$,
also $-8t^2 + 16t = 0$.
$8t\cdot(2-t) = 0$, also $t_1 = 0$ und $t_2 = 2$.
Der Ball landet nach 2 Sekunden wieder auf dem Boden, d. h. die Flugdauer beträgt 2s.

c) Diese Information lässt sich aus dem Graphen nicht ablesen, da auf der x-Achse die Zeit und nicht die Entfernung vom Abschlagpunkt abgetragen ist.

d) Berechnung des Scheitelpunktes:
$y = -8t^2 + 16t$
$= -8(t^2 - 2t + 1 - 1)$
$= -8(t^2 - 2t + 1) + 8$
$= -8(t-1)^2 + 8$.
$S(1|8)$, also nach 1 Sekunde fliegt der Ball in einer Höhe von 8 Metern.

Aufgabe 2: Der Bretterbedarf von $2x + 4y$ muss aus dem 4m-Brett geschnitten werden., also gilt $2x + 4y = 4$. Umstellen liefert $x = 2-2y$.
Das Volumen wird maximal, wenn Querschnittsfläche $A = x\cdot y$ maximal ist.
$A(y) = y\cdot(2-2y)$
$= -2y^2 + 2y$
$= -2(y^2 - y)$
$= -2(y^2 - y + {}^1/_4) + {}^1/_2$
$= -2(y-{}^1/_2)^2 + {}^1/_2$.
Der Scheitelpunkt lautet $S({}^1/_2 \mid {}^1/_2)$, also für $y = 0{,}5$m wird der Flächeninhalt A mit $0{,}5\text{m}^2$ maximal.
Breite des Regals: $x = 2-2y = 1$.
Das Regal hat die Ausmaße $1\text{m} \times 0{,}5\text{m} \times 0{,}3\text{m}$.

Aufgabe 3:

	a	b	c	=
(1)	1	1	1	-10
(2)	4	2	1	-8
(3)	16	4	1	8
(1)	1	1	1	-10
(2)		-2	-3	32
(3)		-12	-15	168
(1)	1	1	1	-10
(2)		1	3/2	-16
(3)		-12	-15	168
(1)	1	1	1	-10
(2)		1	3/2	-16

(3)			3	-24
(1)	1	1	1	-10
(2)		1	3/2	-16
(3)			1	-8

Rückwärtseinsetzen liefert:
$c = -8$
$b + 3/2\cdot(-8) = -16$, also $b = -4$
$a -4 -8 = -10$, also $a = 2$
Also ergibt sich die Funktionsgleichung $f(x) = 2x^2 - 4x - 8$.

Aufgabe 4:

a) Der Funktionsterm enthält x-Potenzen mit sowohl geraden als auch ungeraden Exponenten. Damit liegt keine Symmetrie vor.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

c) Für x nahe 0 beschreibt $g(x) = -13x + 6$ den Verlauf des Graphen.

d) erste NST durch raten: $x_1 = 2$, da $f(2) = 0$.

$$
\begin{array}{l}
(2x^3 + x^2 - 13x + 6) : (x - 2) = 2x^2 + 5x - 3 \\
\underline{-(2x^3 - 4x^2)} \\
\qquad 5x^2 - 13x \\
\qquad \underline{-(5x^2 - 10x)} \\
\qquad\qquad -3x + 6 \\
\qquad\qquad \underline{-(-3x + 6)} \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2{,}5x - 1{,}5 = 0$
$x_{2/3} = -1{,}25 \pm \sqrt{(1{,}25^2 + 1{,}5)} = -1{,}25 \pm 1{,}75$
$x_2 = 0{,}5$ $x_3 = -3$
Insgesamt ergeben sich die Nullstellen: {2; 0,5; –3}

e) siehe rechts